

STACK – ein neuer Fragetyp in der Mathematik

Manfred Daniel, Bernd Wingerter

DHBW Karlsruhe

optes¹ - Für eine optimale Selbststudiumsphase

Erzbergerstraße 121

76133 Karlsruhe

daniel@dhbw-karlsruhe.de, wingerter@dhbw-karlsruhe.de

Abstract: Dieser Artikel stellt den neuen elektronischen Fragetyp STACK zur Formulierung von Mathematik-Aufgaben in elektronischen Tests und eKlausuren vor. Dieser steht als PlugIn für die Learning Management Systeme (LMS) moodle und ILIAS zur Verfügung. Mit diesem Fragetyp ist es möglich, Mathematische Ausdrücke wie Matrizen und Gleichungen als Lösung eingeben zu lassen und die Ergebnisse der Testteilnehmer auf mathematische Eigenschaften zu untersuchen. Bei der Auswertung findet kein Stringvergleich statt, sondern es wird das Computer-Algebra-System (CAS) Maxima, das als Open-Source-Projekt entwickelt wird, verwendet. Außerdem können Fragen randomisiert und differenziertes Feedback gegeben werden.

Einleitung

Das Gemeinschaftsprojekt optes, welches im Rahmen des Qualitätspakts Lehre vom BMBF gefördert wird, befasst sich mit der Unterstützung von Studienanwärtern und –anfängern im Bereich des mathematischen Grundlagenstudiums. Der Einsatz verschiedener elektronischer Lern- und Testangebote hat zum Ziel, insbesondere die Abbrecherquoten in den MINT-Fächern zu reduzieren. Die Maßnahmen reichen dabei vom Propädeutikum bis zum abschließenden eAssessment in Form von eKlausuren. Nachdem sich in diesem Rahmen ILIAS-Fragetypen für Mathematikaufgaben nur begrenzt einsetzen ließen, konnte

¹ optes ist ein vom BMBF gefördertes Gemeinschaftsprojekt im Rahmen des [Qualitätspakts Lehre](#) und wird durchgeführt von der [Dualen Hochschule Baden-Württemberg](#), der [Hochschule Ostwestfalen-Lippe](#) und dem Verein [ILIAS open source e-Learning e.V.](#) in Zusammenarbeit mit der [Helmut-Schmidt-Universität Hamburg](#) und der [Zeppelin Universität](#). Förderkennzeichen: 01PL12012.

2014 ein großer Fortschritt mit der Implementierung eines neuen Fragetyps erreicht werden.

Dieser Fragetyp heißt STACK und steht für **S**ystem for **T**eaching and **A**ssessment using a **C**omputer algebra **K**ernel. Aus dem Namen lässt sich die Verwendung eines Computer-Algebra-System (CAS) ableiten, konkret handelt es sich dabei um Maxima, das als Open-Source-Projekt entwickelt wurde.

STACK wurde von Christopher Sangwin (Loughborough University) entwickelt und bereits im Jahr 2005 veröffentlicht. Im Jahr 2013 erfolgte die Integration der Version 3.0 als eigener Fragetyp in moodle. Über ein Crowdfunding entwickelten Fred Neumann und Jesus Copado (Universität Erlangen) im Jahr 2014, ein STACK-Plugin für ILIAS. Für ILIAS 4.x steht es als Version 1.9 ohne Autoreninterface zur Verfügung. Somit mussten bisher Fragen in moodle erstellt und bearbeitet werden und anschließend nach einem Export in ILIAS importiert werden. Seit Februar 2015 hat das STACK-Plugin für ILIAS 5 ein Autoreninterface. Mit diesem ist es nun möglich Fragen direkt in ILIAS zu erstellen und zu verändern.

Vorteile von STACK

Mit STACK können mathematische Ausdrücke wie beispielsweise Gleichungen, Mengen oder Matrizen als Lösung nicht nur wie bei Multiple-Choice-Aufgaben ausgewählt sondern eingegeben werden. Hierfür werden Ausdrücke in AsciiMath-Syntax eingegeben, welche in einer Vorschau betrachtet werden können. In Abbildung 1 sieht man die Eingabe des Testteilnehmers rot umrandet, darunter wird die Vorschau ausgegeben in der zu sehen ist, wie das System diese interpretiert. An dieser Stelle ist auch eine Korrektur möglich, wenn die Interpretation des Systems anders ausgefallen ist, als gewünscht. Beispielsweise müssen bei der Eingabe von Brüchen oft deutlich mehr Klammern verwendet werden als es beim Aufschreiben auf Papier der Fall ist. Hierbei passieren leicht Fehler, die auf die Verwendung der Syntax zurückzuführen sind. Durch die Vorschau können solche Eingabefehler leicht korrigiert werden.

Wichtig ist die Unterscheidung von Vorschau und Bewertung der Eingabe. Bei der Vorschau, die auch Validierung genannt wird, wandelt das System den eingegeben Code lediglich zu einem lesbaren Ausdruck (Beispielsweise eine Matrix oder eine Funktion) um und ermöglicht so dem Teilnehmer seine Eingabe falls nötig zu korrigieren. Die inhaltliche Prüfung erfolgt erst nach erfolgreicher Validierung.

Bei der Prüfung wird die Eingabe durch das CAS auf mathematische Eigenschaften getestet.

Berechnen Sie für folgende Funktion alle partiellen Ableitungen 2. Ordnung:

$$f(x, y) = x \cdot y^5 + y^3 + x^2 \cdot y + x^3$$

(Hinweis: Mit $f_x = \frac{df}{dx}$ ist die Ableitung von f nach x gemeint.)

$$f_x(x, y) = y^5 + 2 \cdot x \cdot y + 3 \cdot x^2$$

Ihre letzte Antwort wurde folgendermaßen interpretiert:

$$y^5 + 2 \cdot x \cdot y + 3 \cdot x^2$$

Abbildung 1

Abhängig von der Eingabe der Studierenden kann dann differenziertes Feedback gegeben werden. Somit kann ein Studierender beispielsweise die Rückmeldung bekommen, dass seine Eingabe zwar algebraisch Äquivalent ist, diese aber noch nicht vollständig vereinfacht sei. Damit solche Abfragen durchgeführt werden können, muss kein CAS-Code geschrieben werden. Durch STACK werden Mehrfachabfragen der definierten Eigenschaften über einen Rückmeldebaum (potential response tree) verknüpft.

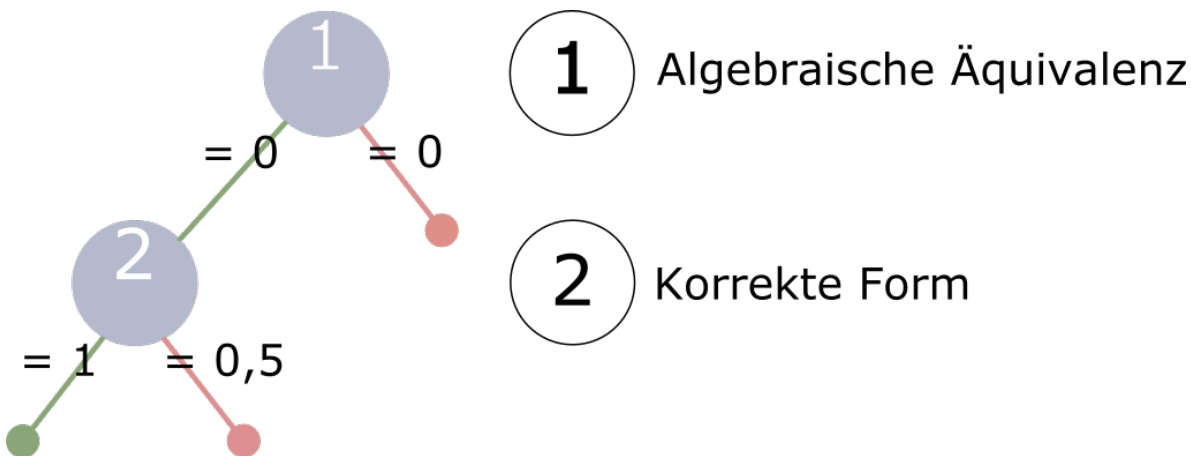


Abbildung 2

Abbildung 2 zeigt einen solchen Rückmeldebaum, hierbei wird im ersten Knoten die Algebraische Äquivalenz abgefragt, falls die Eingabe diese Eigenschaft erfüllt, wird im zweiten Knoten geprüft, ob die Eingabe vollständig vereinfacht ist. Aus dem Schaubild geht weiter hervor, dass für eine vollständig vereinfachte und algebraisch äquivalente Eingabe volle Punktzahl vergeben wird, wohingegen bei nicht vollständiger Vereinfachung lediglich die Hälfte der Punkte erreicht wird. Diese Punktevergabe hat der Autor gewählt, eine andere Aufteilung wäre ebenso möglich. An jedem Knoten findet also eine Prüfung einer mathematischen Eigenschaft statt, die das Ergebnis „wahr“ oder „falsch“ liefert. Je nach Ergebnis kann der Baum unterschiedlich fortgeführt und pfadabhängig Feedback

gegeben werden. Auch innerhalb des Feedbacks ist die Verwendung des CAS möglich, so kann zum Beispiel bei der Frage nach der Stammfunktion einer Funktion $f(x)$, die eingegebene Lösung $F(x)$ des Testteilnehmers differenziert und mit der ursprünglichen Funktion $f(x)$ verglichen werden. Für eine bessere Veranschaulichung ist es möglich die Ergebnisse im Feedback plotten zu lassen (Abbildung 3).



Abbildung 3

Das Feedback kann den verschiedenen Bedürfnissen des Fragenautors angepasst werden. Auf der einen Seite gibt es die Möglichkeit die erreichten Punkte anzuzeigen oder wie für das formative Assessment üblich, ein umfangreiches Feedback auszugeben. Auf der anderen Seite kann beispielsweise in einer Klausur gar keine Rückmeldung gegeben werden.

Das CAS führt keinen einfachen Stringvergleich der Eingabe mit der hinterlegten Lösung durch, sondern prüft die Eingabe auf mathematische Eigenschaften. Dadurch ist nach der Analyse verschiedener Eigenschaften ein differenzierteres Feedback möglich.

Fragenautoren können in STACK eine ganze Reihe von Antwort-Eigenschaften spezifizieren, die sie prüfen können und darüber hinaus durch Maxima noch viele weitere Möglichkeiten.

Die hinterlegte Lösung des Fragenautors muss kein absolutes Ergebnis sein, sondern kann auch eine Berechnung durch das CAS sein. Die Aufgabe „Differenzieren Sie die Funktion

$f(x)$ nach x “ kann Maxima beispielsweise mit $\text{diff}(f,x)$ selbst lösen. Da sich Aufgabenvariablen zufällig erzeugen lassen, können so randomisierte Funktionen $f(x)$ erzeugt und durch das CAS die Ableitung berechnet werden. Diese Vorgehensweise funktioniert auch bei anderen Themen wie Matrizenrechnung. So können den Studierenden vielfältige Übungsaufgaben automatisch generiert und zum Üben angeboten werden.

Ein weiterer Vorteil der CAS-Berechnung ist, dass die Eingabe der Testteilnehmer in einer vorherigen Lücke, für die Berechnung der richtigen Lösung in der folgenden Lücke verwendet werden kann. So könnten bei geschickter Fragenkonstruktion teilweise Folgefehler in einer Berechnung berücksichtigt werden. Auch denkbar ist, dass Studierende, die bei einer vorhergehenden Teilaufgabe keine Lösung berechnen konnten, eine plausible Annahme treffen, mit der das CAS weiter rechnen kann um eine folgende Teilaufgabe zu bewerten.

Zusammenfassung und Ausblick

Auch wenn einige Probleme wie das Prüfen von Beweisführung oder das nachvollziehen von Denkprozessen und Strukturierung ungelöst bleiben, haben wir an verschiedenen Beispielen deutlich gemacht, dass STACK sowohl für das formative, als auch für das summative eAssessment großes Potential für die Mathematikdidaktik aufweist. Die beschriebenen Vorteile sind:

- Mathematische Ausdrücke wie Matrizen, Mengen und Funktionen von Testteilnehmern eingeben zu können, ermöglicht neue Aufgabenkonstruktionen.
- Da Aufgaben randomisiert werden können, ist es möglich, viele Aufgaben der gleichen Bauart zu erzeugen.
- Eine automatische Auswertung von Äquivalenzprüfungen und anderen Mathematischen Eigenschaften ist realisierbar.
- Ein differenziertes Feedback bezogen auf die Antwort der Testteilnehmer ist möglich.

Dieses Potential geht mit einer hohen Komplexität einher, was zu einem großen Aufwand beim Erstellen von guten Aufgaben führt.

Daher ist es wünschenswert und notwendig, dass sich Autoren verschiedener Hochschulen bei der Erstellung unterstützen und einen gegenseitigen Frageraustausch betreiben. In der SIG Mathe + ILIAS wurde ein erster Schritt in diese Richtung bereits getan.

Weitere Information dazu finden Sie auf der Community-Seite: http://www.ilias.de/docu/goto_docu_crs_2652.html

Als Quelle für diesen Artikel dienten frei verfügbare Informationen über STACK auf <http://stack.bham.ac.uk/>, sowie Erkenntnisse durch eigene Anwendung und den Austausch mit Christopher Sangwin.